$\boxed{1}$ $P=\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$, $Q=\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$とする。

(1) $x=\frac{\pi}{2}$のとき、Pの値を求めよ。

(2) Pを$a\sin x+b\cos x$の形で表せ。ただし、a , bは定数とする。また、xについての方程式$P+Q=\frac{3}{2}$を$0\leqq x\leqq\pi$の範囲で解け。

(3) xについての関数$y=PQ+P+Q$の$0\leqq x\leqq\pi$における最小値とそのときのxの値を求めよ。

(1) $P=\frac{1}{2}$

(2) $P=\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$, $x=\frac{\pi}{6}$

(3) $x=\frac{5}{6}\pi$のとき，最小値-1

$\boxed{2}$ θの方程式$2\sin^2\theta+\sqrt{3}\sin 2\theta-\sqrt{3}\sin\theta-\cos\theta+k=0$($k$は定数)……①があり、$\theta=\pi$を解の1つにもっている。また、$t=\sqrt{3}\sin\theta+\cos\theta$とおく。

(1) kの値を求めよ。

(2) tを$r\sin(\theta+\alpha)$　($r>0$, $0\leqq\alpha\leqq2\pi$)の形で表せ。また、方程式①をtを用いて表せ。

(3) $0\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{2}$のとき、方程式①を解け。また、$p$を正の実数とし、$0\leqq\theta\leqq p$において、方程式①が異なる3個の実数解をもつとき、pのとり得る値の範囲を求めよ。

(1) $k=-1$

(2) $t=2\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)$, $t^2-t-2=0$

(3) $\theta=\frac{\pi}{3}$, $\frac{5}{3}\pi\leqq p\leqq\frac{7}{3}\pi$

$\boxed{3}$ 関数$y=a\cos^2\theta+4\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta+3$……①($a$は定数)がある。また、$\theta=\frac{\pi}{6}$のとき、$y=3$である。

(1) aの値を求めよ。

(2) ①を$y=A\sin 2\theta+B\cos 2\theta+C$　(A , B , Cは定数)の形に表せ。

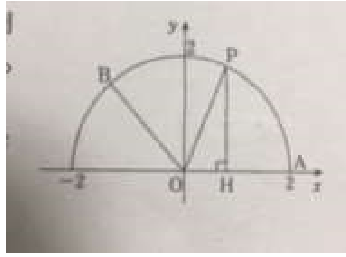
(3) $\frac{\pi}{4}\leqq\theta\leqq\frac{3}{4}\pi$における関数①の最大値と最小値、およびそのときの$\theta$の値をそれぞれ求めよ。

(1) $a=-4$

(2) $y=2\sqrt{3}\sin 2\theta-2\cos 2\theta+1$

(3) $\theta=\frac{\pi}{3}$のとき最大値5，$\theta=\frac{3}{4}\pi$のとき最小値$-2\sqrt{3}+1$

$\boxed{4}$ 右の図のように、原点Oを中心とする半径2の円の周上に2点A$(2,0)$、B$(-\sqrt{2},\ \sqrt{2})$をとる。弧AB上に点Pを$\angle \mathrm{AOP}=\alpha\left(0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\right)$となるようにとり、点Pから$x$軸に垂線PHを下ろす。
また、$\sin\alpha+\cos\alpha=t$とする。



(1)　$\sin\alpha\cos\alpha$をtを用いて表せ。

(2)　$\angle\mathrm{POB}$をαを用いて表せ。

(3)　四角形OBPHの面積Sをtを用いて表せ。また、$\sin 2\alpha=\dfrac{4}{5}$のとき、$S$の値を求めよ。

(1)　$\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{t^2-1}{2}$

(2)　$\angle\mathrm{POB}=\dfrac{3}{4}\pi-\alpha$,　$\triangle\mathrm{OBP}=\sqrt{2}(\sin\alpha+\cos\alpha)$

(3)　$S=t^2+\sqrt{2}\,t-1$,　$S=\dfrac{3\sqrt{10}+4}{5}$

$\boxed{5}$ 関数$y=\sin\theta+\sqrt{3}\cos\theta$……①がある。

(1)　$\theta=\dfrac{\pi}{3}$のとき、yの値を求めよ。

(2)　関数①を$y=r\sin(\theta+\alpha)$　$(r>0\,,\ -\pi\leqq\alpha\leqq\pi)$の形に変形するとき、$r$と$\alpha$の値を求めよ。また、$0\leqq\theta\leqq\pi$のとき、$y$のとり得る値の範囲を求めよ。

(3)　関数①のグラフをθ軸方向に$\dfrac{\pi}{6}$だけ平行移動したグラフを表す関数を
$y=p\sin\theta+q\cos\theta$とするとき、定数$p\,,\ q$の値を求めよ。さらに、このとき、
$0\leqq\theta<2\pi$において、$(p+1)\sin\theta+(q+\sqrt{3})\cos\theta=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}$を満たす$\theta$の値を求めよ。

(1)　$y=\sqrt{3}$

(2)　$r=2\,,\ \alpha=\dfrac{\pi}{3}$,　$-\sqrt{3}\leqq y\leqq 2$

(3)　$p=\sqrt{3}\,,\ q=1\,,\ \theta=\dfrac{7}{12}\pi\,,\ \dfrac{23}{12}\pi$

$\boxed{6}$ $A=\cos\theta-\cos 2\theta\,,\ B=\sin\theta+\sin 2\theta$がある。ただし、$0\leqq\theta<2\pi$とする。

(1)　$\theta=\dfrac{\pi}{4}$のとき、Aの値を求めよ。

(2)　$B=0$を満たすθの値を求めよ。

(3)　A^2+B^2を$\cos 3\theta$を用いて表せ。また、A^2+B^2の最大値とそのときのθの値を求めよ。

(1)　$A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(2)　$\theta=0\,,\ \dfrac{2}{3}\pi\,,\ \pi\,,\ \dfrac{4}{3}\pi$

(3)　$A^2+B^2=2-2\cos 3\theta$,　$\theta=\dfrac{\pi}{3}\,,\ \pi\,,\ \dfrac{5}{3}\pi$のとき最大値4