1 次の 2 次方程式の実数解の個数を求めよ。

(1) $x^2+5x+1=0$　(2) $4x^2-4x+1=0$　(3) $3x^2-5x+3=0$

(4) $9x^2+12x+4=0$　(5) $3x^2+x-1=0$　(6) $-x^2+5x-7=0$

(7) $x^2+7x+8=0$　(8) $x^2-4x+5=0$　(9) $5x^2-3x-1=0$

解答 (1) 2 個　(2) 1 個　(3) 0 個　(4) 1 個　(5) 2 個　(6) 0 個
(7) 2 個　(8) 0 個　(9) 2 個

2 次の 2 次関数のグラフと x 軸の共有点の個数を求めよ。

(1) $y=x^2-3x+1$　(2) $y=x^2+6x+9$　(3) $y=3x^2+4x+2$

(4) $y=-2x^2+x+1$　(5) $y=-x^2+4x-9$　(6) $y=-4x^2-12x-9$

(7) $y=x^2-3x+1$　(8) $y=2x^2+x+2$　(9) $y=-x^2+4x-2$

解答 (1) 2 個　(2) 1 個　(3) 0 個　(4) 2 個　(5) 0 個　(6) 1 個
(7) 2 個　(8) 0 個　(9) 2 個

3 次の条件を満たすように，それぞれ定数 m，a の値の範囲を定めよ。

(1) 2 次方程式 $x^2+3x+m=0$ が異なる 2 つの実数解をもつ。

(2) 2 次方程式 $x^2-4x-m=0$ が実数解をもたない。

(3) 2 次方程式 $3x^2+6x+2m-1=0$ が実数解をもつ。

(4) 2 次方程式 $x^2+5x+m=0$ が異なる 2 つの実数解をもつ。

(5) 2 次方程式 $2x^2-3x+m-1=0$ が実数解をもたない。

(6) 2次方程式$x^2+2mx+3=0$が実数解をもつ。

(7) 2次方程式$x^2+mx+m=0$が実数解をもつ。

(8) 2 次方程式 $x^2-2mx-4m=0$実数解をもたない。

(9) 2 次方程式 $x^2+(a+1)x+3(a+1)=0$ が実数解をもたない。

解答 (1) $m<\frac{9}{4}$　(2) $m<-4$　(3) $m\leqq 2$　(4) $m<\frac{25}{4}$　(5) $m>\frac{17}{8}$
(6) $m\leqq-\sqrt{3}$，$\sqrt{3}\leqq m$　(7) $m\leqq 0$，$4\leqq m$　(8) $-4<m<0$
(9) $-1<a<11$

$\boxed{4}$ 次の条件を満たすように，定数 m，a，kの値の範囲を，それぞれ定めよ。

(1) 2 次関数 $y=x^2+5x+m$ のグラフが x 軸と異なる 2 点で交わる。

(2) 2 次関数 $y=x^2-4x+m$ のグラフが x 軸と共有点をもたない。

(3) 2 次関数 $y=2x^2+3x-2m+1$ のグラフが x 軸と共有点をもつ。

(4) $y=2x^2+4x+a$ のグラフが x 軸と共有点をもつ。

(5) $y=-x^2-3x+2a$ のグラフが x 軸と共有点をもたない。

(6) $y=x^2-2kx+3k$ が x 軸と共有点をもつ。

(7) 2 次関数 $y=x^2-2mx+2m+3$ のグラフが x 軸と共有点をもつ。

(8) 2 次関数 $y=x^2+2mx-m+2$ のグラフが x 軸と共有点をもたない。

(9) 2 次関数 $y=x^2+mx-m$ のグラフが x 軸と共有点をもたない。

(10) 2 次関数 $y=x^2+mx+1$ のグラフが x 軸と異なる 2 点を共有する。

解答 (1) $m<\frac{25}{4}$　(2) $m>4$　(3) $m\geqq-\frac{1}{16}$　(4) $a\leqq2$　(5) $a<-\frac{9}{8}$

(6) $k\leqq0,\ 3\leqq k$　(7) $m\leqq-1,\ 3\leqq m$　(8) $-2<m<1$

(9) $-4<m<0$　(10) $m<-2,\ 2<m$

$\boxed{5}$ 次の 2 次方程式が重解をもつように，定数 m の値を定めよ。また，そのときの重解を求めよ。

(1) $3x^2-8x+m=0$　(2) $4x^2+(m-1)x+1=0$

(3) $mx^2-4mx+2m+4=0$　(4) $x^2-3x+k=0$

(5) $2x^2+(k+1)x+2=0$　(6) $x^2+2x+m-3=0$

(7) $x^2+4mx+25=0$　(8) $4x^2+(m+2)x+m-1=0$

解答 (1) $m=\frac{16}{3},\ x=\frac{4}{3}$　(2) $m=-3,\ x=\frac{1}{2}$ または $m=5,\ x=-\frac{1}{2}$

(3) $m=2,\ x=2$　(4) $k=\frac{9}{4},\ x=\frac{3}{2}$

(5) $k=-5$ のとき $x=1$，$k=3$ のとき $x=-1$　(6) $m=4,\ x=-1$

(7) $m=\frac{5}{2}$ のとき $x=-5$，$m=-\frac{5}{2}$ のとき $x=5$

(8) $m=2$ のとき $x=-\frac{1}{2}$，$m=10$ のとき $x=-\frac{3}{2}$

$\boxed{6}$ 次の2次関数のグラフが x 軸に接するように，定数 m，a の値を定めよ。また，そのときの接点の座標を求めよ。

(1) $y=x^2+2mx+m+2$　(2) $y=x^2-\sqrt{5}x+m^2+2m$

(3) $y=x^2+mx+m+3$　(4) $y=x^2+4x+a$

(5) $y=x^2+mx+1$　(6) $y=x^2-2mx+m$

解答 (1) $m=-1$ のとき $(1,\ 0)$，$m=2$ のとき $(-2,\ 0)$

(2) $m=-\dfrac{5}{2}$ のとき $\left(\dfrac{\sqrt{5}}{2},\ 0\right)$，$m=\dfrac{1}{2}$ のとき $\left(\dfrac{\sqrt{5}}{2},\ 0\right)$

(3) $m=-2$ のとき $(1,\ 0)$，$m=6$ のとき $(-3,\ 0)$

(4) $a=4$，$(-2,\ 0)$

(5) $m=2$ のとき $(-1,\ 0)$，$m=-2$ のとき $(1,\ 0)$

(6) $m=0$ のとき $(0,\ 0)$，$m=1$ のとき $(1,\ 0)$

$\boxed{7}$ 次の2次不等式の解がすべての実数であるとき，定数 m，a の値の範囲を求めよ。

(1) $x^2-mx+1>0$　(2) $-x^2+mx+2m<0$

(3) $ax^2+(a-1)x+a-1>0$　(4) $x^2-(m-1)x+3>0$

(5) $x^2-2mx+m+6>0$

解答 (1) $-2<m<2$　(2) $-8<m<0$　(3) $a>1$

(4) $1-2\sqrt{3}<m<1+2\sqrt{3}$　(5) $-2<m<3$

$\boxed{8}$ 次の条件を満たすように，定数 m の値の範囲を定めよ。

(1) 放物線 $y=x^2+mx+1$ において，y の値が常に正である。

(2) 放物線 $y=x^2-2mx+3m-2$ が $y<0$ の部分を通らない。

(3) 放物線 $y=mx^2+4x+m-3$ において，y の値が常に負である。

(4) 2次関数 $y=x^2+mx+2$ において，y の値が常に正である。

(5) 2次関数 $y=mx^2+4x+m-3$ において，y の値が常に負である。

解答 (1) $-2<m<2$　(2) $1\leqq m\leqq 2$　(3) $m<-1$　(4) $-2\sqrt{2}<m<2\sqrt{2}$

(5) $m<-1$

$\boxed{9}$ (1) 放物線 $y=x^2-3x+m$ が直線 $y=x$ と接するとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

(2) 放物線 $y=x^2-3x+m$ が直線 $y=4x+3$ と異なる2点で交わるとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

(3) 放物線 $y=x^2-4x+3$ と直線 $y=2x+k$ が接するとき，定数 k の値を求めよ。また，そのときの接点の座標を求めよ。

解答 (1) $m=4$　(2) $m<\dfrac{61}{4}$　(3) $k=-6$，接点の座標 $(3,\ 0)$